ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

---------------- ----------------

VŨ QUỐC HẢI

ĐỊNH LÍ ĐIỂM BẤT ĐỘNG CHUNG TRONG KHÔNG GIAN VECTƠ TÔPÔ VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số : 8 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS. Bùi Thế Hùng

THÁI NGUYÊN - 2020

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Nguồn tài liệu sử dụng cho việc hoàn thành luận văn là nguồn tài liệu mở. Các thông tin, tài liệu trong luận văn này đã được ghi rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 01 năm 2021
Người viết luận văn

Vũ Quốc Hải

Lời cảm ơn

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới tiến sĩ Bùi Thế Hùng, người đã trực tiếp hướng dẫn, giúp đỡ, chỉ bảo tận tình, tạo mọi điều kiện thuận lợi giúp tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu, cùng toàn thể các thầy cô giáo khoa Toán- Tin, trường Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên đã truyền thụ cho tôi những kiến thức quan trọng, tạo điều kiện thuận lợi và cho tôi những ý kiến đóng góp quý báu trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn gia đình, bạn bè đã quan tâm giúp đỡ, động viên tôi trong suốt quá trình làm luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 01 năm 2021

Người viết luận văn

Vũ Quốc Hải

Mục lục

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

$\mathbb{R}$	tập các số thực
$\mathbb{R}_+$	tập số thực không âm
$\mathbb{R}_-$	tập số thực không dương
$\mathbb{R}^n$	không gian véctơ Euclide $n-$ chiều
$\mathbb{R}^n_+$	tập các véctơ không âm của $\mathbb{R}^n$
$\mathbb{R}^n_-$	tập các véctơ không dương của $\mathbb{R}^n$
2^X	tập tất cả các tập con của X
$f : X \to Y$	ánh xạ đơn trị từ tập X vào tập Y
$F : X \to 2^Y$	ánh xạ đa trị từ tập X vào tập Y
$\operatorname{dom} F$	miền định nghĩa của ánh xạ đa trị F
$\operatorname{gph} F$	đồ thị của ánh xạ đa trị F
$A := B$	A được định nghĩa bằng B
$\emptyset$	tập rỗng
$A \subset B$	A là tập con của B
$A \not\subset B$	A không là tập con của B
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	giao của hai tập hợp A và B
$A \backslash B$	hiệu của hai tập hợp A và B

$A \times B$	tích Descartes của hai tập hợp A và B
$\mathrm{cl}\, A, \bar{A}$	bao đóng tôpô của tập hợp A
$\mathrm{int}\, A$	phần trong tôpô của tập hợp A
$\mathrm{conv}\, A$	bao lồi của tập hợp A
$(SQVI)$	bài toán bất đẳng thức tựa biến phân Stampacchia
$(SQVI)_f$	bài toán bất đẳng thức f- tựa biến phân Stampacchia
usc	nửa liên tục trên
lsc	nửa liên tục dưới
$\square$	kết thúc chứng minh

Mở đầu

Định lí điểm bất động là công cụ quan trọng trong việc chứng minh sự tồn tại nghiệm của một số bài toán trong toán học. Có rất nhiều công trình thiết lập định lí điểm bất động chung trong không gian metric, tuy nhiên trong không gian vectơ tôpô các kết quả này ít được nghiên cứu. Năm 1936, Markov [14] và năm 1938, Kakutani [12] chỉ ra rằng một họ ánh xạ liên tục affine từ tập con lồi compact của không gian lồi địa phương Hausdorff vào chính nó đều có điểm bất động chung. Trong hai bài báo gần đây, nhóm tác giả R. P. Agarwal, M. Balaj, D. O'Regan ([2], [3]), đã thiết lập một số định lí điểm bất động chung của một họ ánh xạ đa trị trong không gian lồi địa phương bằng công cụ là định lí phân hoạch đơn vị và định lí điểm bất động Kakutani–Fan– Glicksberg. Năm 2017, nhóm tác giả R. P. Agarwal, M. Balaj, D. O'Regan [4] đã chứng minh một số định lí điểm bất động chung của một họ ánh xạ đa trị trong không gian vectơ tôpô bằng hai phương pháp sử dụng định lí tương giao kết hợp với định lí điểm bất động nhưng thứ tự mà chúng áp dụng là khác nhau. Mục đích chính của luận văn là trình bày một cách có hệ thống kết quả này.

Luận văn gồm phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1 dành cho việc trình bày một số khái niệm về không gian lồi địa phương và một số kiến thức về giải tích đa trị như khái niệm ánh xạ đa trị, tính liên tục và tính lồi của ánh xạ đa trị. Ngoài ra chúng tôi trình bày Nguyên lí ánh xạ KKM và một số định lí điểm bất động được sử dụng trong chứng minh các kết quả của chương 2.

Chương 2 trình bày một số định lí điểm bất động chung của một họ vô hạn các ánh xạ đa trị trong không gian vectơ tôpô. Một số ứng dụng của định lí điểm bất động chung của một họ vô hạn các ánh xạ đa trị vào bài toán bất đẳng thức tựa biến phân Stampacchia và bài toán cân bằng vectơ .

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, chúng tôi trình bày một số kiến thức cơ sở về không gian lồi địa phương, ánh xạ đa trị và một số tính chất của ánh xạ đa trị. Ngoài ra, nguyên lí ánh xạ KKM và một số định lí điểm bất động cũng được trình bày ở cuối chương này. Một số khái niệm và kết quả quen biết về giải tích đa trị được chúng tôi trích ra từ các cuốn sách chuyên khảo về giải tích đa trị của N. Đ. Yên [1].

1.1. Không gian lồi địa phương

Định nghĩa 1.1.1. Giả sử X là không gian tuyến tính. Tập $A \subseteq X$ được gọi là lồi nếu với mọi $x_1, x_2 \in A$ ta luôn có

$$\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in A \text{ với mọi } \lambda \in [0,1].$$

Mệnh đề 1.1.2. *Giả sử $A_\alpha \subseteq X$ là các tập lồi với mọi $\alpha \in I$, với I là tập chỉ số bất kì. Khi đó tập $A = \bigcap\limits_{\alpha \in I} A_\alpha$ lồi.*

Chứng minh. Lấy $x, y \in A$. Khi đó $x, y \in A_\alpha$, với mọi $\alpha \in I$. Do A_α là lồi với mọi $\alpha \in I$ nên $\lambda x + (1-\lambda)y \in A_\alpha$, với mọi $\lambda \in [0,1], \alpha \in I$. Do đó $\lambda x + (1-\lambda)y \in A$ với mọi $\lambda \in [0,1]$. Vậy A là tập lồi. $\square$

Mệnh đề 1.1.3. *Giả sử $A_i \subseteq X$ là tập lồi và $\lambda_i \in \mathbb{R}$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$. Khi đó $\lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \cdots + \lambda_m A_m$ là tập lồi.*